EJERCITACION

FUNCION TRANSFERENCIA Y SISTEMAS ESTABLES

PARTE 1: FUNCION TRANSFERENCIA - POLOS Y CEROS

☑ Ejercicio n° 1:

Represente la constelación de polos y ceros de las siguientes funciones:

a) $G(s) = \dfrac{s}{s^2+2s+2}$

b) $G(s) = \dfrac{s(s-3)}{s^2+8s+25}$

c) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+2)}$

d) $G(s) = \dfrac{s+2}{(s+4)(s^2+6s+18)}$

e) $G(s) = \dfrac{s^2-s}{(s^2+5s+6)(s-1)}$

f) $G(s) = \dfrac{s}{(s+2)^2}$

☑ Ejercicio n° 2:

Sea $G(s) = \dfrac{k\,(s^2-4s-5)}{s^3-7s^2+17s+25}$ la transferencia de un sistema.

a) Halle $k \in \mathbb{R}^+ \,/\, |G(j)| = \sqrt{\dfrac{13}{5}}$

b) Indique los polos y ceros de G(s) y grafique la constelación.

☑ Ejercicio n° 3:

Sea $G(s) = \dfrac{k\,(s^2-4s-5)}{s^3-3s^2-25s+75}$ la transferencia de un sistema.

a) Grafique la constelación de polos y ceros de G(s).

b) Halle $k \in \mathbb{R}^+$ sabiendo que $|G(j)| = 1$

c) Grafique aproximadamente $|G(s)|$ a lo largo del eje $\sigma = \mathrm{Re}[s]$.

☑ Ejercicio n° 4:

Sea $G(s) = \dfrac{s(s+2)}{s^3+2s^2+9s+k}$ la transferencia de un sistema.

a) Halle $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que 3j es un polo.

b) Grafique aproximadamente $|G(j\omega)|$.

☑ Ejercicio n° 5:

Sea $G(s) = \dfrac{s-3}{s^3 - s^2 - 4s + k}$ la transferencia de un sistema.

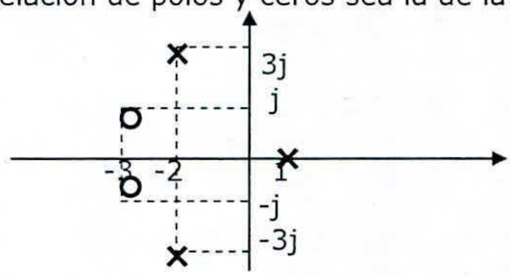
a) Halle $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que s=3 no es cero.
b) Grafique aproximadamente $|G(j\omega)|$.

☑ Ejercicio n° 6:

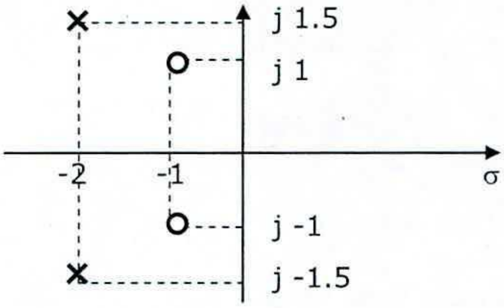
Construya funciones de transferencia que cumplan los siguientes requisitos:

a) que tenga exactamente los siguientes polos $p_1 = -2 + j$; $p_2 = -2 - j$; $p_3 = -1$ y los siguientes ceros: $z_1 = 3$; $z_2 = 0$

b) cuya constelación de polos y ceros sea la de la figura y además G(0) = -2:

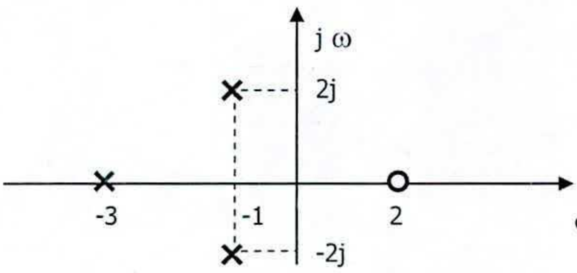


c) cuya constelación de polos y ceros sea la de la figura y G(0) = 8:

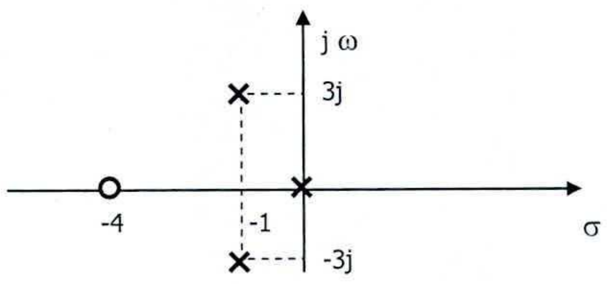


d) que tenga un único cero finito en -5, polos en -2+j y -2-j , que el grado del numerador sea 2 y que G(0)=1.

e) sabiendo que G(0) = -1/15 y su configuración de polos y ceros es:

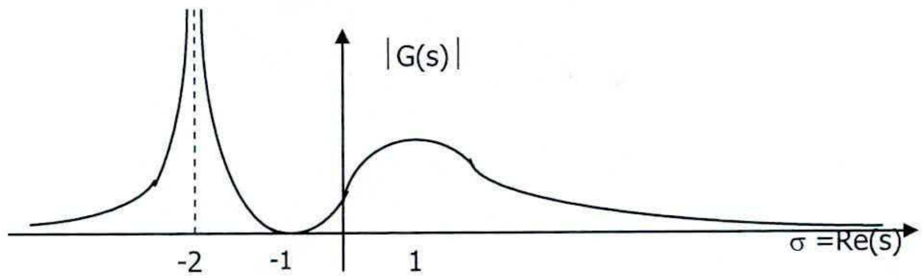


f) sabiendo que $G(1) = 5$ y su configuración de polos y ceros es:

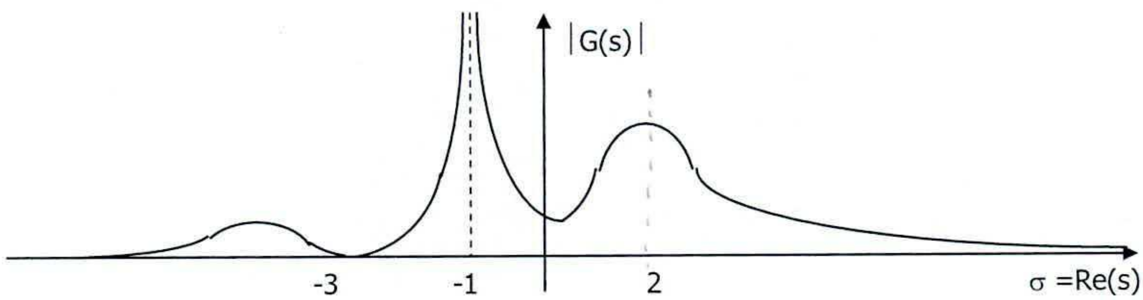


g) que tenga <u>coeficientes reales</u>, sabiendo que tiene un polo simple en $s=-4+j$, un polo simple en -1, un cero doble en -2 y que $|G(j)| = \sqrt{5/2}$

h) sabiendo que $G(0) = 3/5$, $G(1) = 1$ y el corte de la misma con el eje real es:



i) sabiendo que $G(0) = 3$, $G(1) = 5$ y el corte de la misma con el eje real es:



☑ Ejercicio n° 7:

Dada $G(s) = \mathcal{L}[\, g(t)\,]$ siendo $g(t) = e^{-3t} \bullet \operatorname{sen}(at)$.

a) Halle el valor de $a \in \mathbb{R}^+$ tal que uno de los polos de $G(s)$ sea $p_1 = -3+j$.

b) Halle el otro polo.

PARTE 2: RESPUESTA DE SISTEMAS

Ejercicio n° 8:

Sea $G(s) = \dfrac{s^2+3s+2}{s^3-2s^2-3s}$ la transferencia de un sistema. De acuerdo a la configuración de polos y ceros, indique el tipo de respuesta del mismo y si es un sistema estable.

Ejercicio n° 9:

Dada la función de transferencia $G(s) = \dfrac{s^2+2s}{s^3-2s^2-3s}$

a) Grafique la constelación de polos y ceros de la función G(s).

b) Escriba la salida del sistema para una entrada $f(t) = e^{-2t}$

Ejercicio n° 10:

Sea $G(s) = \dfrac{3s^2-6s-24}{s^3-3s^2-4s}$ la transferencia de un sistema.

a) Grafique la constelación de polos y ceros de G(s) e indique si el sistema es estable.

b) Halle módulo y fase de G(-1+j) por el método gráfico y por método analítico.

c) ¿Cuál será la respuesta del sistema si se lo excita con una señal $v_1(t) = e^{-t}$?

Ejercicio n° 11:

Sea $G(s) = \dfrac{s^2-4s-5}{s^3-3s^2-25s+75}$ la transferencia de un sistema.

a) De acuerdo a la constelación de polos y ceros, indique si el sistema es estable.

b) ¿Cuál será la respuesta del sistema al impulso unitario $\delta(t)$?

Ejercicio n° 12:

Sea $G(s) = \dfrac{2(s^2-5s-6)}{s^3-6s^2+4s-24}$ la transferencia de un sistema.

a) De acuerdo a la constelación de polos y ceros, indique si el sistema es estable.

b) ¿Cuál será la respuesta del sistema al escalón unitario E(t) ?

Ejercicio n° 13:

Sea $y(t) = 5 - 5\,e^{-2t}\cos(3t)$ la salida o respuesta de un sistema a una entrada escalón E(t).

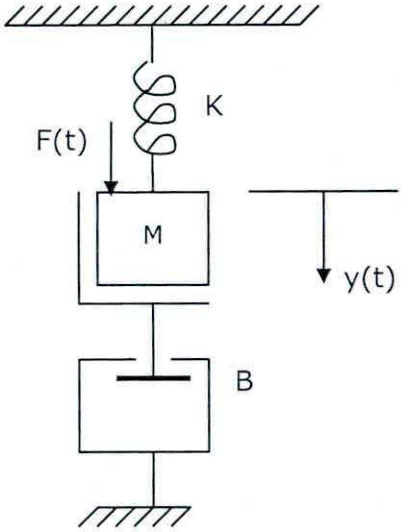
a) Indique la función transferencia G(s) correspondiente.

b) Haga el diagrama o constelación de polos y ceros y grafique aproximadamente el corte de $|G(s)|$ por el eje real.

PARTE 3: PROBLEMAS APLICADOS

Ejercicio n° 14:

Sea el sistema mecánico de la figura, que parte del reposo:



Donde:

K es la constante elástica del resorte o factor de dureza [N/m]

M es la masa [Kg.]

B es el factor de amortiguación [N s/m]

Fa es una fuerza externa aplicada al sistema [N]

$\delta(t)$ es la fuerza impulso unitario

y(t) es el desplazamiento [m]

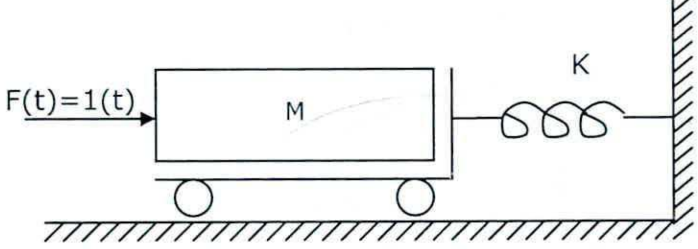
Hallar:

a) La ecuación diferencial correspondiente a la respuesta y(t) del sistema.
b) La función de Transferencia G(s) del sistema.
c) La respuesta del sistema (expresión de y(t)) siendo M=1,B=2,K=10 y $f(t) = \delta(t)$
d) La respuesta del sistema (expresión de y(t)) siendo M=1,B=2,K=10 y f(t) = E(t)
e) La respuesta del sistema (expresión de y(t)) siendo M=1,B=0,K=9 y $f(t) = \delta(t)$
f) La respuesta del sistema (expresión de y(t)) siendo M=1,B=5,K=6 y $f(t) = \delta(t)$

En todos los casos interprete la gráfica de la respuesta.

Ejercicio n° 15:

Sea el sistema mecánico de la figura, que parte del reposo:



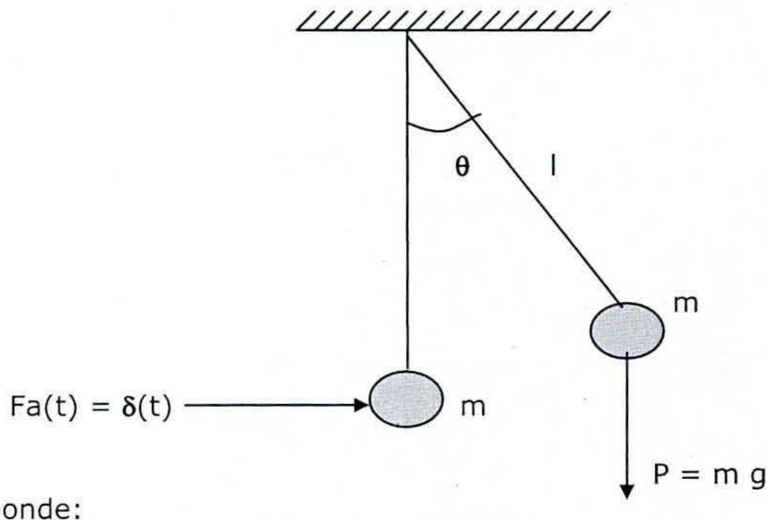
B=0 (no hay rozamiento)

Hallar:

a) La ecuación diferencial correspondiente al movimiento x(t) del sistema.
b) La función de transferencia del sistema.
c) La expresión de x(t) considerando $M=1 \wedge K=9$

Ejercicio n° 16:

Sea el péndulo ideal de la figura, que parte del reposo:



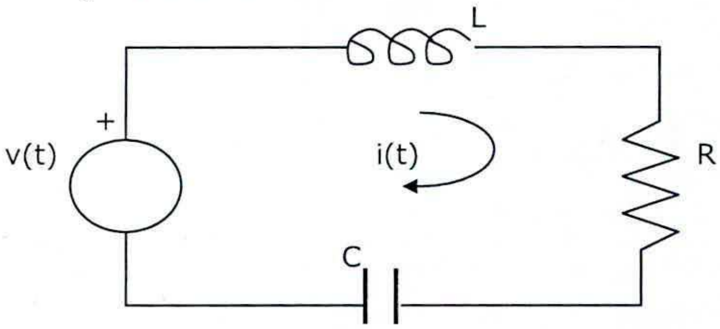
Donde:
l es la longitud del hilo del péndulo [m]
m es la masa [Kg.]
Fa es una fuerza externa aplicada al sistema [N]
$\delta(t)$ es la fuerza impulso unitario
θ es el ángulo correspondiente a la oscilación [rad]

Hallar:

a) La ecuación diferencial correspondiente al movimiento $\theta(t)$ del sistema.
b) La oscilación del sistema (expresión de $\theta(t)$)

Ejercicio n° 17:

En el siguiente circuito eléctrico:



Ver pág. 127 de la guía teórica

Donde suponemos que la corriente eléctrica i(t) es nula para t=0 y que el capacitor C se encuentra descargado.

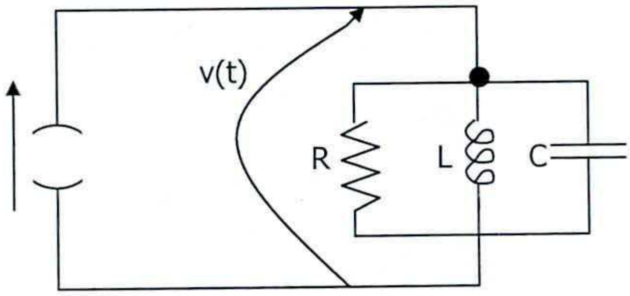
Hallar:

a) La ecuación diferencial que relaciona a la tensión v(t) con la corriente i(t).
b) La función I(s) para $v(t) = \delta(t)$.

Ejercicio n° 18:

Sea el circuito RLC paralelo alimentado por un generador de corriente:

R = 6
L = 5
C = 1/30

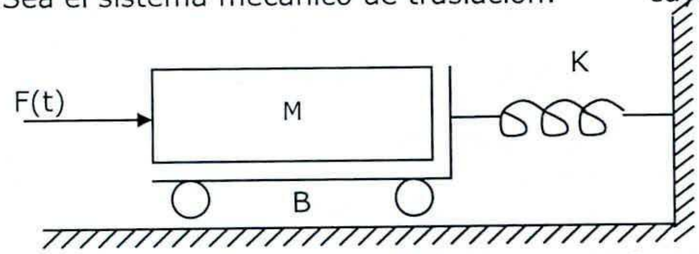


cuya E.D. es $$i(t) = \frac{v(t)}{R} + \frac{1}{L}\int_0^t v(t)dt + C\frac{dv(t)}{dt}$$

Halle v(t) para un impulso de corriente (aplicando Transformada de Laplace).

Ejercicio n° 19:

Sea el sistema mecánico de traslación: cuya E.D. de movimiento es:



(Aplicando la 2$^{da.}$ Ley de Newton)

$$F(t) - K\, y(t) - B\, y'(t) = M\, y''(t)$$

a) Considerar M = 1 [Kg.] , B = 5 [Kg./s] , K = 4 [N/m] y hallar la respuesta del sistema a un escalón unitario sabiendo que parte del reposo. (Resolver por Transf. de Laplace)
b) ¿Qué valor debería tener B para que el movimiento no sea amortiguado? Justifique.

PARTE 4: EJERCICIO INTEGRADOR

Ejercicio n° 20:

Dadas las transferencias: $G_1(s) = \frac{6}{s^2+9}$, $G_2(s) = \frac{2}{s^2+6s+10}$ y $G_3(s) = \frac{6s+20}{s^3+6s^2+10s}$.

a) Indique cuál de ellas corresponde a un sistema cuya respuesta a la entrada impulso $f(t) = \delta(t)$ es oscilatoria amortiguada con valor estable 2. Justifique correctamente.

b) Considere $G(s) = k \bullet G_2(s)$. Halle el valor de $k \in \mathbb{R}^+$ tal que $|G(2j)| = \sqrt{5}$.

19-9-18

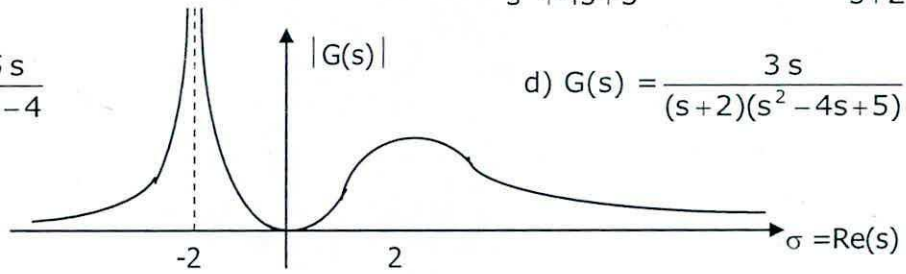
EJERCICIOS PARA MARCAR LA RESPUESTA CORRECTA, tomados en Finales:

☑ Ejercicio n° 21:

Marcar la única respuesta correcta de cada ítem:

1. La figura puede corresponder a: a) $G(s) = \dfrac{s}{s^2+4s+5}$ b) $G(s) = \dfrac{s}{s+2}$

c) $G(s) = \dfrac{5s}{s^2-4}$ d) $G(s) = \dfrac{3s}{(s+2)(s^2-4s+5)}$



2. Si la respuesta de un sistema a la entrada E(t) = 1 es oscilatoria (no amortiguada) con valor medio 2, entonces la transferencia puede ser:

a) $G(s) = \dfrac{2s^2+3s+18}{s^2+9}$ b) $G(s) = \dfrac{2}{s^3+9s}$ c) $G(s) = \dfrac{6s}{s^2+9}$ d) $G(s) = \dfrac{2}{s^2+9}$

3. Sea $G(s) = \dfrac{s^2-4s}{s^3-4s^2+9s-36}$ entonces la respuesta del sistema a un escalón es: a) oscilatoria amortiguada b) oscilatoria de amplitud constante c) sobreamortiguada (exponencial decreciente) d) Ninguna es correcta

4. Dada $G(s) = \dfrac{k(s^2-s-2)}{s^3-4s^2+9s-10}$ la transferencia de un sistema, el valor de $k \in \mathbb{R}^+$ tal que $|G(j)| = \sqrt{10}$ es:

a) $k = 1$ b) $k = \sqrt{10}$ c) $k = 10$ d) ninguno de los anteriores

5. El sistema cuya transferencia es: $G(s) = \dfrac{s^2-4s-5}{s^3-3s^2-25s+75}$ es:

a) marginalmente estable (de amplitud constante) b) inestable

c) estable amortiguado d) ninguna de las anteriores

6. Si la respuesta de un sistema a la entrada E(t) = 1 es oscilatoria pura con valor medio no nulo, entonces la transferencia puede ser:

a) $G(s) = \dfrac{s}{s^2+6s+13}$ b) $G(s) = \dfrac{1}{s^2+4s+5}$ c) $G(s) = \dfrac{s}{s^2+9}$ d) $G(s) = \dfrac{3}{s^2+4}$

7.	Dada la transferencia $G(s) = \dfrac{s^2-7s+10}{s^3-4s^2-5s}$ entonces la respuesta al impulso es: a) inestable b) oscilatoria amortiguada c) oscilatoria pura d) ninguna de las anteriores
8.	La respuesta del sistema cuya transferencia es $G(s) = \dfrac{s+1}{s^2+K\,s+5}$ a la entrada impulso $\delta(t)$ tiene factor de amortiguamiento $\alpha = 2$, entonces: a) K = 0 b) K = 2 c) K = 4 d) no existe K
9.	Sabiendo que uno de los polos de la transferencia es $G(s) = \dfrac{s+1}{s^3+K\,s^2+13\,s}$ es $p_1 = -3 + 2\,j$, entonces el valor de K es: a) K = 0 b) K = 3 c) K = 6 d) ninguno de las anteriores
10.	Dada la transferencia de un sistema: $G(s) = \dfrac{s^2-5s+K}{s^4-s^3-11s^2-s-12}$, el valor de $K \in \mathbb{R}$ para que el sistema sea estable es: a) k = 4 b) k = 8 c) k = 0 d) ninguno de las anteriores
11.	Si $G(s) = \dfrac{s^2+s-20}{s^3+k\,s^2-3s-52}$ es la transferencia de un sistema estable, entonces el valor de $k \in \mathbb{R}$ es: a) k = -2 b) k = 0 c) k = 2 d) ninguno de las anteriores
12.	Dada la transferencia $G(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s^2+2)}$, el valor de $\lvert G(2j) \rvert$ es: a) $\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ d) ninguno de las anteriores
13.	La respuesta del sistema cuya transferencia es: $G(s) = \dfrac{2s+1}{s^2-4s+3}$ a una entrada f(t) = t es: a) $y(t) = \dfrac{10}{9}+\dfrac{1}{3}\bullet t+\dfrac{7}{18}\bullet e^{3t}-\dfrac{3}{2}\,e^{t}$ b) $y(t) = \dfrac{10}{9}+\dfrac{1}{3}\bullet t+\dfrac{7}{18}\bullet \cos(3t)$ c) $y(t) = \dfrac{10}{9}\bullet t+\dfrac{1}{3}\bullet t^2+\dfrac{7}{18}\bullet e^{3t}-\dfrac{3}{2}\,e^{t}$ d) ninguna de las anteriores

RESPUESTAS EJERCICIOS DE SISTEMAS ESTABLES:

☑ Ej. 1:

a) Polos: $p_1 = -1 + j$; $p_2 = -1 - j$ Ceros: $z_1 = 0$; $z_2 = \infty$

b) Polos: $p_1 = -4 + 3j$; $p_2 = -4 - 3j$ Ceros: $z_1 = 0$; $z_2 = 3$

c) Polos: $p_1 = 0$; $p_2 = -2$ Ceros: $z_1 = \infty$

d) Polos: $p_1 = -4$; $p_2 = -3 - 3j$; $p_3 = -3 + 3j$ Ceros: $z_1 = -2$; $z_2 = \infty$

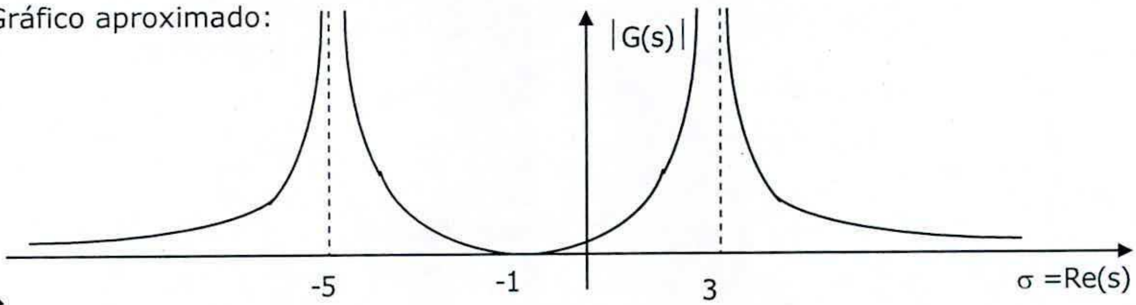
e) Polos: $p_1 = -2$; $p_2 = -3$ Ceros: $z_1 = 0$; $z_2 = \infty$

f) Polos: $p_1 = -2$ (doble) Ceros: $z_1 = 0$; $z_2 = \infty$

☑ Ej. 2: a) $k = 8$ b) polos: $p_1 = 4 + 3j$ $p_2 = 4 - 3j$ ceros: $z_1 = 5$ $z_2 = \infty$

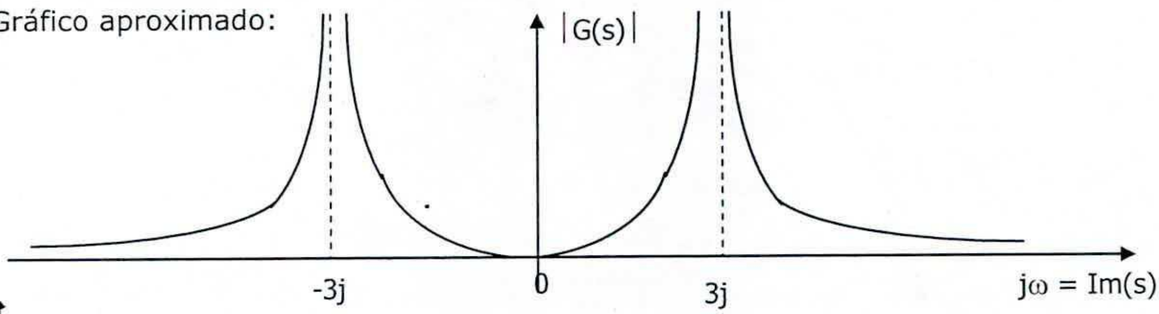
☑ Ej. 3: a) polos: $p_1=3$ $p_2=-5$ ceros: $z_1=-1$ $z_2 = \infty$ b) $k = \sqrt{130}$

c) Gráfico aproximado:



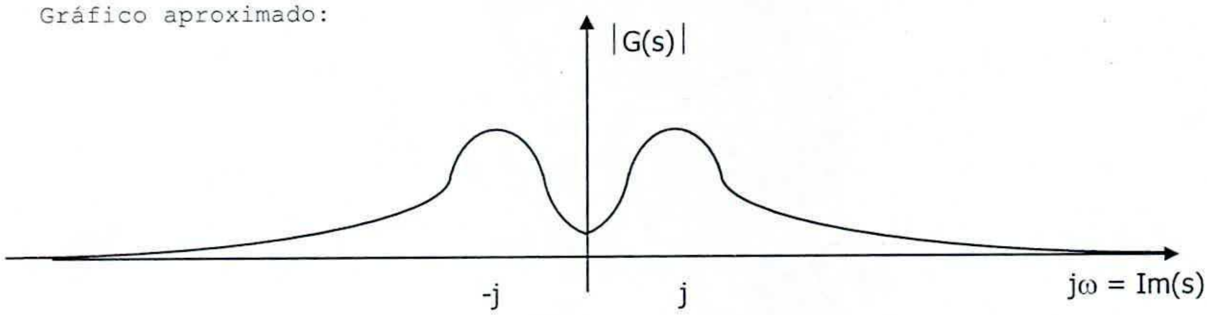
☑ Ej. 4: a) $k = 18$

b) Gráfico aproximado:



☑ Ej. 5: a) $k = -6$ b) polos: $p_1 = -1 + j$; $p_2 = -1 - j$ Ceros: $z_1 = \infty$

Gráfico aproximado:



Ej. 6:

a) $G(s) = \dfrac{k(s^2-3s)}{s^3+5s^2+9s+5} = \dfrac{k\,s(s-3)}{(s+1)(s^2+4s+5)}$ con $k \in \mathbb{R}$

b) $G(s) = \dfrac{\frac{13}{5}(s^2+6s+10)}{(s-1)(s^2+4s+13)}$ c) $G(s) = \dfrac{25\,(s^2+2s+2)}{s^2+4s+\frac{25}{4}}$

d) $G(s) = \dfrac{\frac{1}{5}(s+5)^2}{s^2+4s+5}$ o bien $G(s)= \dfrac{(s-a)(s+5)}{(s-a)(s^2+4s+5)}$ con $a \in \mathbb{R}$

e) $G(s) = \dfrac{\frac{1}{2}(s-2)}{(s+3)(s^2+2s+5)}$ f) $G(s) = \dfrac{13\,(s+4)}{s^3+2s^2+10s}$

g) $G(s) = \dfrac{8(s+2)^2}{(s+1)(s^2+8s+17)}$ h) $G(s) = \dfrac{6\,(s+1)}{(s+2)(s^2-2s+5)}$

i) $G(s) = \dfrac{5\,(s+3)}{(s+1)(s^2-4s+5)}$

Ej. 7: a) $a=1$ b) El otro polo es: $-3-j$

Ej. 8: No es estable pues tiene un polo en el semiplano derecho: $p = 3$. La respuesta del sistema será exponencial creciente.

Ej. 9: a) polos: $p_1=-1$ $p_2=3$ ceros: $z=-2$ b) $y(t) = -\frac{1}{4}e^{-t} + \frac{1}{4}e^{3t}$.

Ej. 10:

a) polos: $p_1=0$ $p_2=-1$ ceros: $z_1=-2$ es un sistema estable.

b) $|G(-1+j)| = 3$; $\mathrm{Arg}[G(-1+j)] = -\pi$ d) $v_2(t) = 6 - 6\,e^{-t} - 3\,t\,e^{-t}$

Ej. 11:

a) no es estable b) $y(t) = \frac{1}{2}e^{3t} + \frac{1}{2}e^{-5t}$

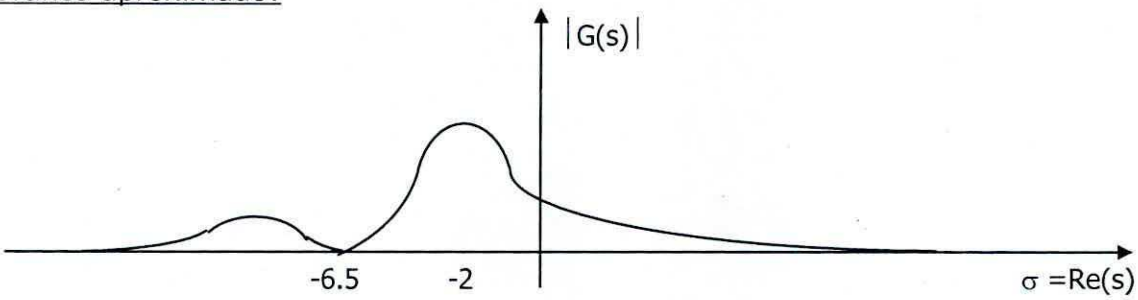
Ej. 12:

a) es estable b) $y(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2t) + \mathrm{sen}(2t)$

Ej. 13: a) $G(s) = \dfrac{10\,s+65}{s^2+4s+13}$

b) polos: $p_1 = -2 + 3\,j$ $\quad p_2 = -2 - 3\,j$ $\quad$ ceros: $z_1 = -6.5$ $\quad z_2 = \infty$

Gráfico aproximado:

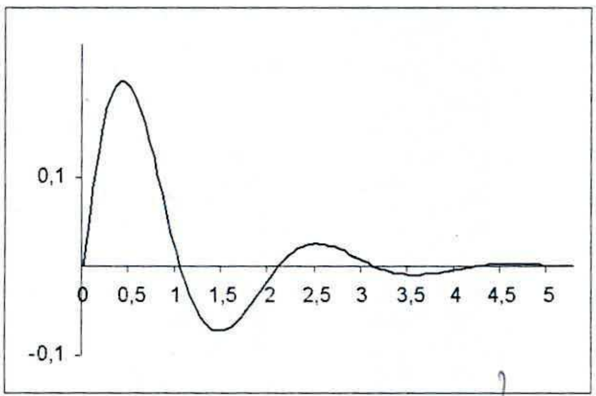


Ej. 14:

a) $M\,y''(t) + B\,y'(t) + K\,y(t) = f(t)$ $\quad$ con $y(0) = 0 \wedge y'(0) = 0$

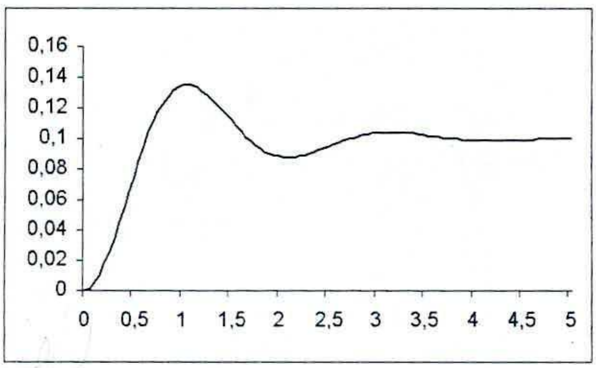
b) $Y(s) = \dfrac{1}{Ms^2+Bs+K} \bullet F(s)$

c) $M=1$; $B=2$; $K=10$; $f(t) = \delta(t)$: $y(t) = \dfrac{1}{3}\,\text{sen}(3t)\,e^{-t}$ oscilatoria amortiguada.

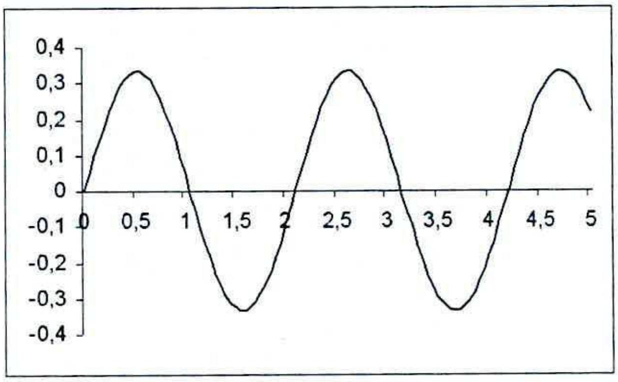


d) $M=1$; $B=2$; $K=10$; $f(t) = E(t)$: $y(t) = \dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{10}\,e^{-2t}\left[\,\dfrac{1}{3}\,\text{sen}(3t) + \cos(3t)\,\right]$

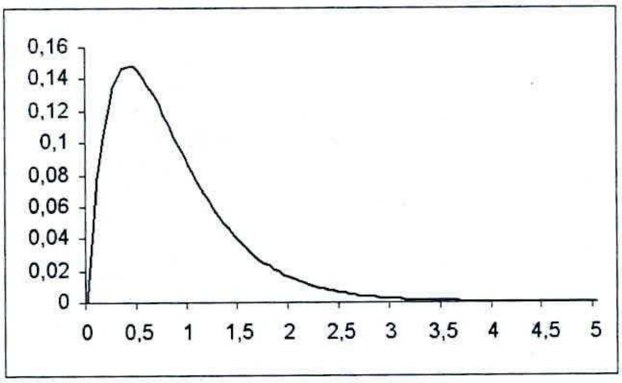
oscilatoria amortiguada más constante.



e) M=1 ; B=0 ; K=9 ; f(t) = δ(t) : $y(t) = \frac{1}{3}\,\mathrm{sen}(3t)$ oscilatoria pura.



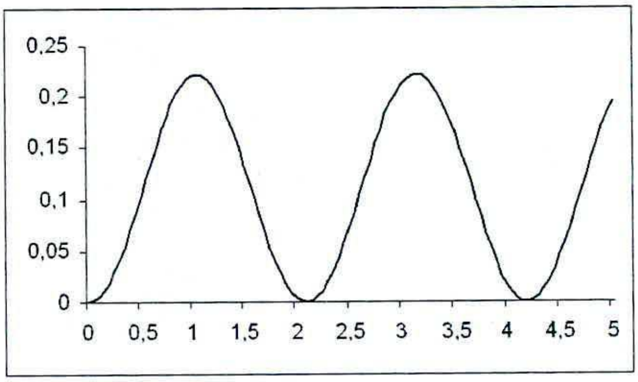
f) M=1 ; B=5 ; K=6 ; f(t) = δ(t) : $y(t) = e^{-2t} - e^{-3t}$ amortiguado exponencial.



☑ Ej. 15:

a) $M\,x''(t) + K\,x(t) = f(t)$ con $x(0) = 0 \wedge x'(0) = 0$

b) $G(s) = \frac{1}{Ms^2+K}$ c) $x(t) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\cos(3t)$



☑ Ej. 16:

a) $m\, l\, \theta''(t) + m\, g\, \theta(t) = f(t)$ con $\theta(0) = 0 \wedge \theta'(0) = 0$

b) $\theta(t) = \dfrac{1}{m\sqrt{gl}}\ \text{sen}\left(\sqrt{\dfrac{g}{l}}\ t\right)$

☑ Ej. 17:

a) $v(t) = R\, i(t) + L\, i'(t) + \dfrac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$ b) $I(s) = \dfrac{C\,s}{L\,C\,s^2 + R\,C\,s + 1}$

☑ Ej. 18: $v(t) = -60\, e^{-2t} + 90\, e^{-3t}$

☑ Ej. 19: a) $y(t) = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{3}\, e^{-t} + \dfrac{1}{12}\, e^{-4t}$ b) $B = 0$

☑ Ej. 20: a) Es $G_3(s) = \dfrac{6s+20}{s^3+6s^2+10s} = \dfrac{2}{s} - \dfrac{2s+6}{(s+3)^2+1} \Rightarrow y(t) = 2 - 2\cos(t)\, e^{-3t}$

b) $k = 15$

☑ Ej. 21:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
d	a	b	c	b	d	d	c	c	a	b	b	a

$\frac{\text{Ceros}}{\text{Polos}}$ ← Se buscan así y se analizan

Función transferencia y Sistemas Estables

Mat Sup.

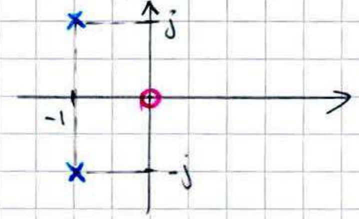
PARTE 1 | Función transferencia - Polos y ceros

① Represente la constelación de polos y ceros de los sig. func.:

a) $G(s) = \frac{s}{s^2+2s+2} = \frac{s}{(s+1)^2+1}$ ← raíz: 0 ← raíces: $(-1+j)$; $(-1-j)$

x Polos: $-1+j$; $-1-j$ ✓

o Ceros: 0; ∞ ✓

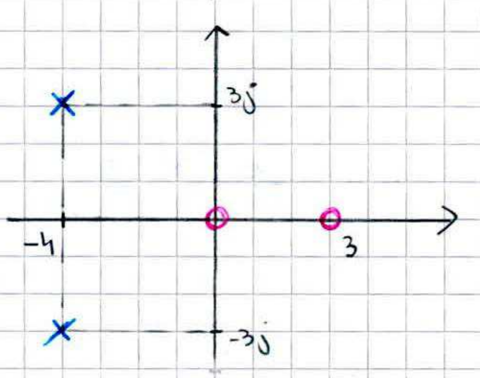


b) $G(s) = \frac{s(s-3)}{s^2+8s+25}$

$G(s) = \frac{s(s-3)}{(s+4)^2+9}$

o Ceros: 0; 3; ∞ ✓

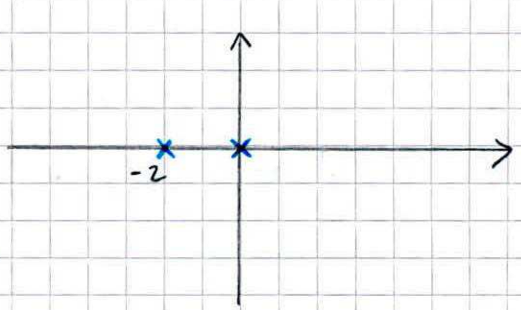
x Polos: $-4+3j$; $-4-3j$ ✓



c) $G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$

Cero: ∞ ✓

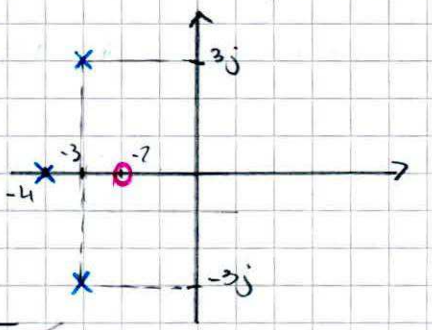
Polos: 0; -2 ✓



d) $G(s) = \frac{s+2}{(s+4)(s^2+6s+18)}$

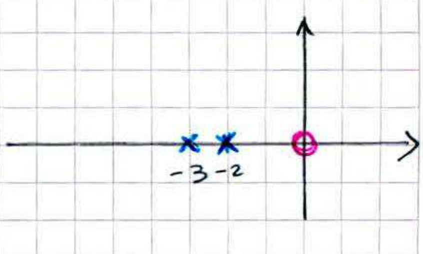
Ceros: -2; ∞ ✓

Polos: -4; $-3+3j$; $-3-3j$ ✓

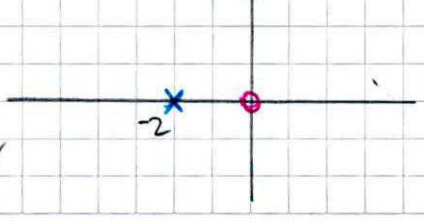


e) $G(s) = \frac{s^2-s}{(s^2+5s+6)(s-1)} = \frac{s\cancel{(s-1)}}{(s+2)(s+3)\cancel{(s-1)}}$

Ceros: 0; ∞ ✓ Polos: $-2, -3$ ✓



f) $G(s) = \frac{s}{(s+2)^2}$



Ceros: 0; ∞ ✓ Polos: -2 ✓
doble

Sylvine

② Sea:

$$G(s) = \frac{k\,(s^2 - 4s - 5)}{s^3 - 7s^2 + 17s + 25}$$ la transferencia de un sistema.

a) Halle $k \in \mathbb{R}^+ \,/\, |G(j)| = \sqrt{\frac{13}{5}}$

b) Indique los polos y ceros de G y grafique

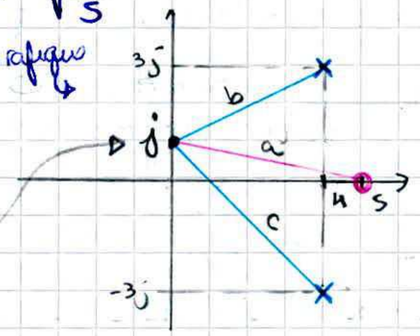
$$G(s) = \frac{k\,(s-5)\,\cancel{(s+1)}}{\cancel{(s+1)}\,[(s-4)^2+9]}$$

	s^3	s^2	s	#
	1	-7	17	25
-1		-1	8	-25
	1	-8	25	0

$(s^2 - 8s + 25)$

Ceros: 5 ; ∞

Polos: $4+3j$; $4-3j$.



$$|G(j)| = \frac{k\,a}{b \cdot c} = \frac{k\sqrt{26}}{2\sqrt{5}\cdot 4\sqrt{2}} = k\frac{\sqrt{65}}{40} = \sqrt{\frac{13}{5}} \rightarrow \boxed{k = 8}$$ ✓

③ Sea:

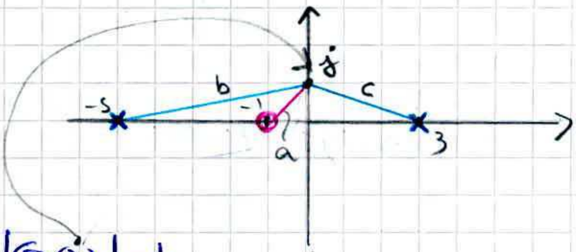
$$G(s) = \frac{k\,(s^2 - 4s - 5)}{s^3 - 3s^2 - 25s + 75}$$ la transferencia de un sistema.

a) Grafique la constelación de polos y ceros de G(s)

$$G(s) = \frac{k\,\cancel{(s-5)}(s+1)}{(s+5)\cancel{(s-5)}\,(s-3)}$$

Ceros: −1 ; ∞

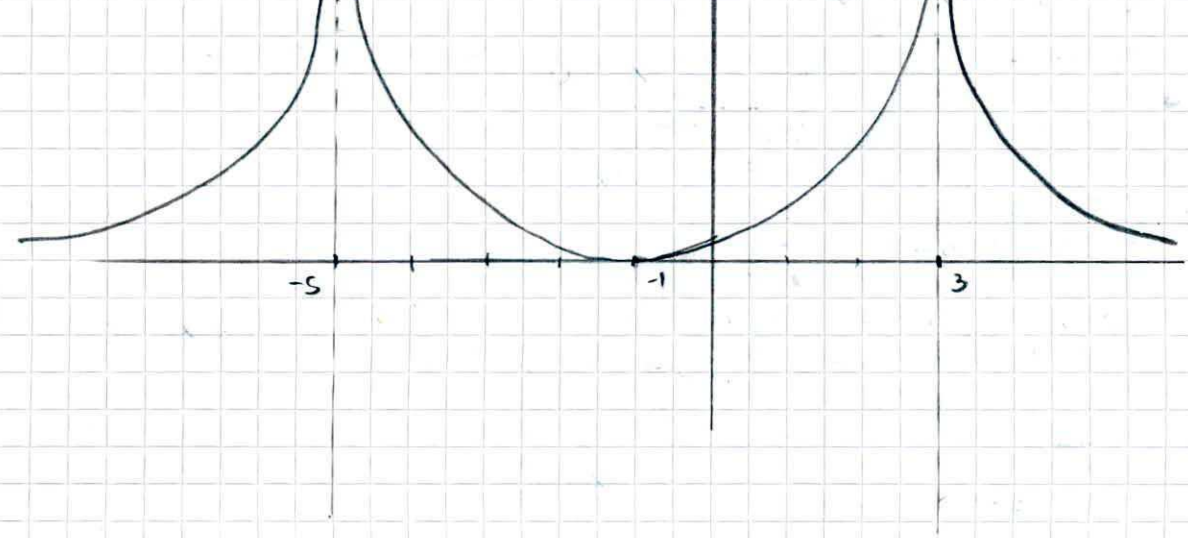
Polos: −5 ; 3



b) Halle $k \in \mathbb{R}^+$ sabiendo que $|G(j)| = 1$

$$|G(j)| = \frac{k\,a}{b \cdot c} = \frac{k\sqrt{2}}{\sqrt{26}\,\sqrt{10}} = k\sqrt{\frac{2}{260}} = \frac{k}{\sqrt{130}} = 1 \rightarrow \boxed{k = \sqrt{130}}$$ ✓

c) Grafique aproximadamente $|G(s)|$ a lo largo del eje $\sigma = Re(s)$



Mat. Sup.
F. transf

(4) Sea $G(s) = \dfrac{s(s+2)}{s^3+2s^2+9s+k}$ la transferencia de un sistema.

a) Halle $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que $3j$ es un polo

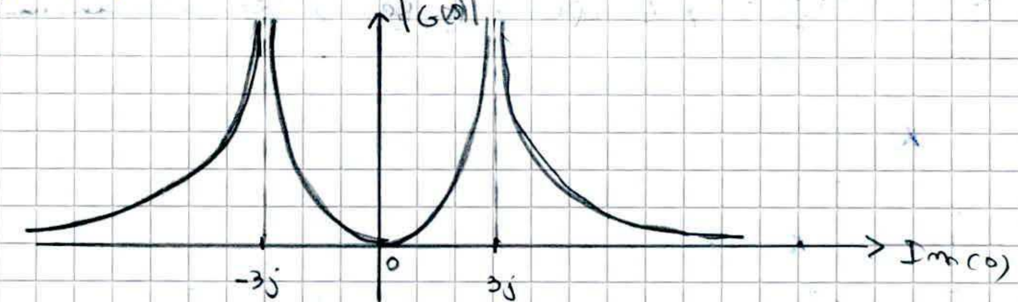
Ceros: $0 ; -2 ; \infty$ ($3j$ No es un Cero) ✓

Polos: $3j ; -3j ; ? \rightarrow 3j$ es raíz de $s^3+2s^2+9s+k=0$

$\rightarrow k = -s^3-2s^2-9s = -(3j)^3-2(3j)^2-9(3j) = \boxed{18 = k}$ ✓

b) Grafique, aproximadamente, $|G(j\omega)| \rightarrow |G(s)|$ en eje Im.

$j\omega = Im(s)$



✓

(5) Sea $G(s) = \dfrac{s-3}{s^3-s^2-4s+k}$ la transferencia de un sistema.

a) Halle $k \in \mathbb{R}$ sabiendo que $s=3$ no es cero

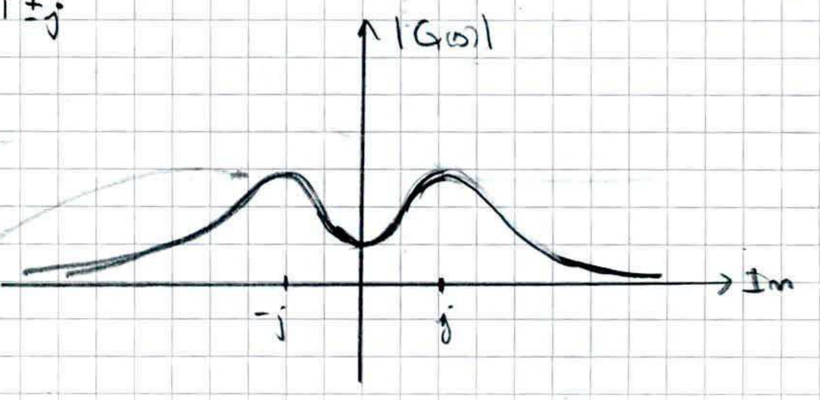
$s=3$ es raíz de $s-3 \rightarrow$ para que no sea Cero entonces $s=3$ es raíz del polinomio del denominador

$\rightarrow 3^3 - 3^2 - 4 \times 3 + k = 0 \rightarrow \boxed{k=-6}$ ✓

b) Grafique, aproximadamente, $|G(j\omega)|$

Polos: raíces de s^3-s^2-4s-6 son: 3 (No es polo) ; $-1 \pm j$

$\rightarrow -1 \pm j$



en j y $-j$ hay máximos

Syl

⑥ Construya funciones de transferencia que cumplan los sig. requisitos:

a) que tenga exactamente los siguientes polos: $p_1 = -2+j$, $p_2 = -2-j$, $p_3 = -1$ y los sig. ceros: $z_1 = 3$; $z_2 = 0$

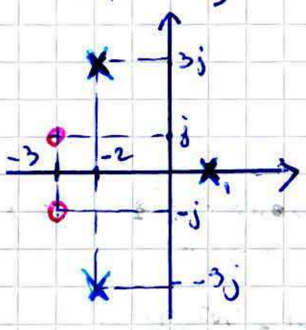
Numerador: $s(s-3)$ cumple $z_2 = 0$, $z_1 = 3$ ✓

denominador: • $(s+2)^2 + 1 = s^2 + 4s + 5$ cumple p_1 y p_2 como polos

• $(s+1)$ cumple p_3

Una función de transf. puede ser: $\boxed{G(s) = \dfrac{s(s-3)}{(s+1)(s^2+4s+5)}}$ ✓

b) cuya constelación de polos y ceros sea ~~la~~ de la figura y, además, $G(0) = -2$



Ceros: $-3+j$; $-3-j$; ∞ $\rightarrow (s+3)^2 + 1$

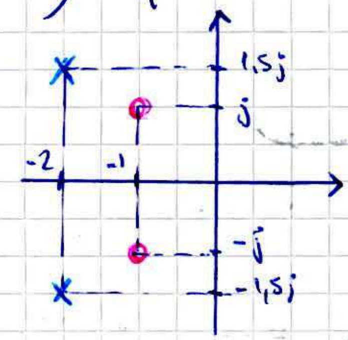
Polos: $-2+3j$; $-2-3j$; 1 $\rightarrow (s+2)^2 + 9$, $(s-1)$

$$G(s) = \frac{s^2+6s+10}{(s-1)(s^2+4s+13)} \cdot k \;;\; G(0) = \frac{10k}{(-1)\,13} = -2$$

$\rightarrow \boxed{k = \frac{13}{5}}$ $k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{G(s) = \frac{13}{5} \cdot \frac{s^2+6s+10}{(s-1)(s^2+4s+13)}}$$ ✓

c) cuya constelación de polos y ceros sea la de la figura y $G(0) = 8$



Ceros: $-1+j$; $-1-j$; ∞ $\rightarrow (s+1)^2 + 1 = s^2+2s+2$

Polos: $-2+1{,}5j$; $-2-1{,}5j$ $\rightarrow (s+2)^2 + \frac{9}{4} = s^2+4s+\frac{25}{4}$

$$G(s) = \frac{s^2+2s+2}{s^2+4s+25/4} \cdot k \;\underset{k\in\mathbb{R}}{\longrightarrow}\; G(0) = \frac{2}{25/4} k = 8$$

$\rightarrow k = 25$

$$\boxed{G(s) = \frac{25(s^2+2s+2)}{s^2+4s+25/4}}$$ ✓

d) que tenga un único cero finito en -5, polos en $-2+j$ y $-2-j$, que el grado del numerador sea 2 y $G(0)=1$

Cero: -5; ∞ $\rightarrow$ $s+5$, grado 2 $\rightarrow (s+5)^2$

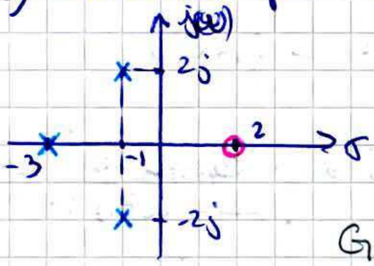
Polo: $-2+j$; $-2-j$ $\rightarrow (s+2)^2+1 = s^2+4s+5$

$$G(s) = \frac{k\,(s+5)^2}{s^2+4s+5} \longrightarrow G(0) = \frac{25k}{5} = 5k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{5}$$

$k \in \mathbb{R}$

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{5}\cdot\frac{(s+5)^2}{(s^2+4s+5)}}$$

e) sabiendo que $G(0) = \frac{-1}{15}$ y su configuración de polos y ceros es:



Ceros: 2; ∞ $\rightarrow (s-2)$

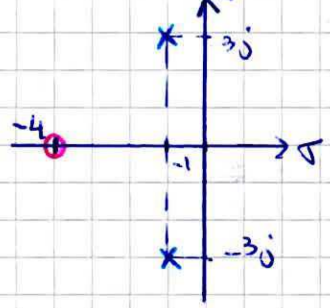
Polos: $-1+2j$; $-1-2j$; -3 $\rightarrow$ $(s+1)^2+4 = s^2+2s+5$
$(s+3)$

$$G(s) = \frac{k\,(s-2)}{(s+3)(s^2+2s+5)} \xrightarrow{k\in\mathbb{R}} G(0) = \frac{k\,(-2)}{3\times 5} = -\frac{1}{15}$$

$\rightarrow k = 1/2$

$$\boxed{G(s) = \frac{1}{2}\cdot\frac{(s-2)}{(s+3)(s^2+2s+5)}}$$

f) Sabiendo que $G(1) = 5$ y su configuración de polos y ceros es:



Ceros: -4; ∞ $\rightarrow (s+4)$ en el numerador

Polos: $-1+3j$; $-1-3j$ $\rightarrow (s+1)^2+9 = \boxed{s^2+2s+10}$

$$G(s) = \frac{k\,(s+4)}{s^2+2s+10} \longrightarrow G(1) = \frac{k\,5}{1^2+2+10} = \frac{k5}{13} = 5 \rightarrow k = 13$$

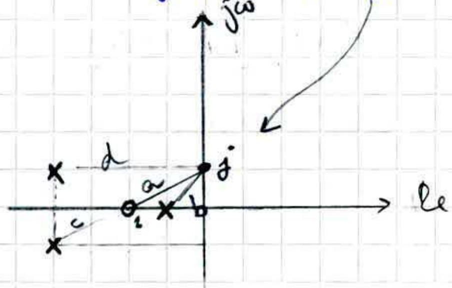
$$\boxed{G(s) = \frac{13(s+4)}{s^2+2s+10}}$$

g) que tenga coeficientes reales, sabiendo que tiene un polo simple en $s = -4+j$, un polo simple en -1, un cero doble en -2 y que $|G(j)| = \sqrt{\frac{5}{2}}$

si $s=-4+j$ es polo $\rightarrow$ $s=-4-j$ también lo es

Polos: $-4 \pm j$; -1

Ceros: -2 (doble)

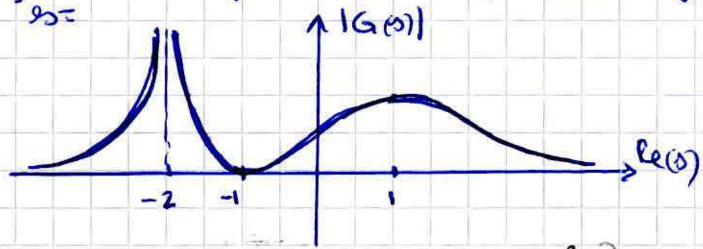


$$G(s) = \frac{k\,(s+2)^2}{[(s+4)^2+1]\,(s+1)} \rightarrow |G(j)| = \frac{k\ a.a}{b\ c\ d}$$

$k \in \mathbb{R}$

$$|G(j)| = \frac{k.\sqrt{5}\sqrt{5}}{\sqrt{2}.2\sqrt{5}.4} = \frac{k\sqrt{5}}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \rightarrow k=8 \rightarrow \boxed{G(s) = \frac{8(s+2)^2}{(s^2+8s+17)(s+1)}}$$

h) Sabiendo que $G(0) = 3/5$, $G(1)=1$ y el corte de la misma con el eje real es:



Cero: -1; ∞

Polos: -2; $1 \pm \omega j$

$k \in \mathbb{R}$

$$G(s) = \frac{k(s+1)}{[(s-1)^2+\omega^2](s+2)}$$

$$G(0) = \frac{3}{5} = \frac{k}{2+2\omega^2} \rightarrow k = \frac{6+6\omega^2}{5}$$

$$G(1) = 1 = \frac{2k}{3\omega^2} \rightarrow k = \frac{3\omega^2}{2}$$

$$\frac{6+6\omega^2}{5} = \frac{3\omega^2}{2} \rightarrow 12+12\omega^2 = 15\omega^2$$

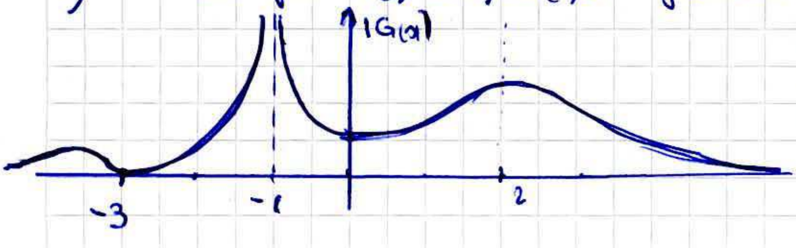
$$12 = 3\omega^2$$

$$4 = \omega^2 \rightarrow |\omega| = 2$$

$$\omega^2 = 4 \rightarrow \frac{k}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{k=6}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{6(s+1)}{(s^2-2s+5)(s+2)}}$$

i) Sabiendo que $G(0) = 3$, $G(1) = 5$ y el corte de la misma con el eje real es:



Ceros: -3; ∞

Polos: $2 \pm j\omega$; -1

$$G(s) = \frac{k(s+3)}{(s+1)[(s-2)^2+\omega^2]}$$

$$G(0) = \frac{3k}{4+\omega^2} = 3 \rightarrow k = 4+\omega^2$$

$$G(1) = \frac{\cancel{4}^{2}k}{\cancel{2}_{1}(1+\omega^2)} = 5 \rightarrow k = \frac{5+5\omega^2}{2}$$

$$4+\omega^2 = \frac{5+5\omega^2}{2} \rightarrow 8+2\omega^2 = 5+5\omega^2$$

$$3 = 3\omega^2$$

$$\boxed{\omega^2=1}$$

$\omega^2=1$

$$k=5 \rightarrow \boxed{G(s) = \frac{5(s+3)}{(s+1)(s^2-4s+5)}}$$

Mat. Superior
F. transf

(7) Dada $G(s) = \mathcal{L}[g(t)]$ siendo $g(t) = e^{-3t} \cdot sen(at)$

a) Halle el valor de $a \in \mathbb{R}^+$ tal que uno de los polos de $G(s)$ sea $p_1 = -3+j$
b) Halle el otro polo

$$g(t) = e^{-3t}\, sen(at) \longrightarrow G(s) = \frac{a}{(s+3)+a^2}$$

si p_1 es polo, $\bar{p}_1$ también lo es $\rightarrow$ denominador $= (s+3)+1$ $\rightarrow \boxed{a=1}$

$\rightarrow$ b) $\boxed{\bar{p}_1 = -3-j}$

PARTE 2: Respuesta de Sistemas

(8) Sea $G(s) = \frac{s^2+3s+2}{s^3-2s^2-3s}$ la transferencia de un sistema.

De acuerdo a la configuración de polos y ceros, indique el tipo de respuesta del mismo y si es un sistema estable

$$G(s) = \frac{\cancel{(s+1)}(s+2)}{s(s-3)\cancel{(s+1)}} = \frac{s+2}{s(s-3)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-3} = \frac{A(s-3)+Bs}{s(s-3)} \rightarrow \begin{cases} A+B=1 & B=5/3 \\ -3A=2 \rightarrow A=-2/3 \end{cases}$$

$$G(s) = \frac{-2/3}{s} + \frac{5/3}{s-3} \longrightarrow g(t) = -\frac{2}{3} + \frac{5}{3}e^{3t} \rightarrow \text{es exponencial}$$

Como uno de los polos es >0 $\rightarrow$ No es estable

clase 20/9/18

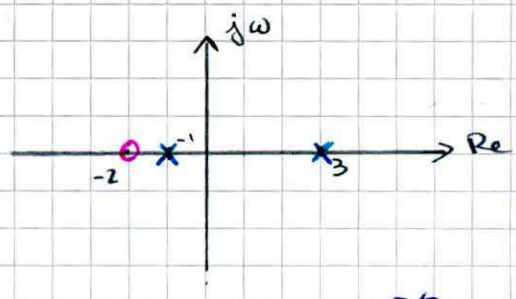
(9) Dada la función de transferencia $G(s) = \frac{s^2+2s}{s^3-2s^2-3s}$

a) Grafique la constelación de polos y ceros de la función $G(s)$

$$G(s) = \frac{\cancel{s}(s+2)}{\cancel{s}(s^2-2s-3)} = \frac{s+2}{(s-3)(s+1)}$$

Ceros: -2; ∞

Polos: 3; -1



b) Escriba la salida del sistema para una entrada $f(t) = e^{-2t}$

$\rightarrow F(s) = \frac{1}{s+2}$

$$Y(s) = G(s) \cdot F(s) = \frac{\cancel{(s+2)}}{(s-3)(s+1)} \cdot \frac{1}{\cancel{(s+2)}} = \frac{1}{(s-3)(s+1)} =$$

$$= \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s+1} = \frac{A(s+1)+B(s-3)}{(s-3)(s+1)} \rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ A-3B=1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A = 1/4 \\ B = -1/4 \end{matrix}$$

$$Y(s) = \frac{1/4}{s-3} - \frac{1/4}{s+1} \longrightarrow \boxed{y(t) = \frac{e^{3t} - e^{-t}}{4}}$$

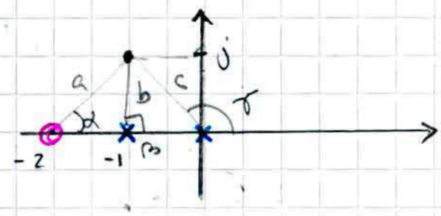
Sylvina

clase 20/9/18

(10) Sea $G(s) = \dfrac{3s^2 - 6s - 24}{s^3 - 3s^2 - 4s}$ la transferencia de un sistema

a) Grafique la constelación de polos y ceros de $G(s)$ e indique si el sistema es estable.

$G(s) = \dfrac{3\cancel{(s-4)}(s+2)}{\cancel{(s-4)}(s+1)\,s}$ $\rightarrow$ Ceros: $-2\ ;\ \infty$ Polos: $-1\ ;\ 0$



el sistema es marginalmente estable

b) Halle el módulo y fase de $G(-1+j)$ por el método gráfico y por método analítico

$|G(-1+j)| = \dfrac{3a}{b.c} = \dfrac{3\sqrt{2}}{1\sqrt{\sqrt{2}}} = \boxed{3 = |G(-1+j)|}$ $\longrightarrow$ $G(-1+j) = [3;-\pi] = -3$

$Arg[G(-1+j)] = \Sigma \arg z_i - \Sigma \arg p_i = \alpha - \beta - \gamma = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{3}{4}\pi = \boxed{-\pi = \arg[G(-1+j)]}$

$G(s) = \dfrac{3(s+2)}{s(s+1)} \longrightarrow G(-1+j) = \dfrac{3(-1+2j+2)}{(-1+j)(-1+j+1)} = \dfrac{3(1+j)}{-1-j} = \dfrac{3\cancel{(1+j)}}{-\cancel{(1+j)}} = -3$

c) ¿cuál será la resp. del sistema si se lo excita con una señal $v_1(t) = e^{-t}$? $\hookrightarrow V(s) = \dfrac{1}{s+1}$

$Y(s) = G(s) \cdot V(s) = \dfrac{3(s+2)}{s(s+1)} \cdot \dfrac{1}{(s+1)} = \dfrac{3(s+2)}{s(s+1)^2} = Y(s)$

$Y(s) = \dfrac{3s+6}{s(s+1)^2} = \dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{s+1} + \dfrac{C}{(s+1)^2} = \dfrac{A(s^2+2s+1) + B\overbrace{s(s+1)}^{s^2+s} + Cs}{s(s+1)^2}$

$\begin{cases} A + B = 0 \\ 2A + B + C = 3 \\ A = 6 \end{cases}$ $\rightarrow$ $A = 6$, $B = -6$, $C = -3$ $\rightarrow$ $Y(s) = \dfrac{6}{s} - \dfrac{6}{s+1} - \dfrac{3}{(s+1)^2}$

$\boxed{y(t) = 6 - 6e^{-t} - 3te^{-t}}$

(11) Sea $G(s) = \dfrac{s^2-4s-5}{s^3-3s^2-25s+75}$ la transferencia de un sistema.

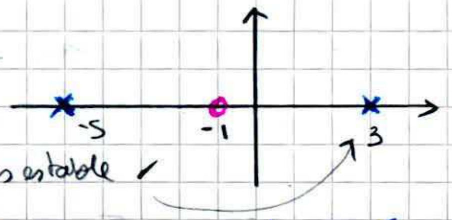
a) De acuerdo a la constelación de polos y ceros, indique si el sistema es estable

$$G(s) = \frac{\cancel{(s-5)}(s+1)}{(s+5)\cancel{(s-5)}(s-3)} = \frac{s+1}{(s+5)(s-3)}$$

ceros: $-1;\infty$

polos: $-5;3$

$>0 \rightarrow$ no es estable ✓



b) ¿Cuál será la respuesta del sistema al impulso unitario $\delta(t)$?

Impulso unit $\rightarrow$ $Y(s) = G(s) = \dfrac{s+1}{(s+5)(s-3)} = \dfrac{A(s-3)+B(s+5)}{(s+5)(s-3)} \rightarrow \begin{cases} A+B = 1 \\ -3A+5B = 1 \end{cases}$

$A = 1/2 \quad B = 1/2$

$$Y(s) = \frac{1/2}{(s+5)} + \frac{1/2}{(s-3)} \rightarrow \boxed{y(t) = \frac{1}{2}\left(e^{-5t}+e^{3t}\right)} ✓$$

---

clase 20/9/18

(12) Sea $G(s) = \dfrac{2(s^2-5s-6)}{s^3-6s^2+4s-24}$ la transferencia de un sistema

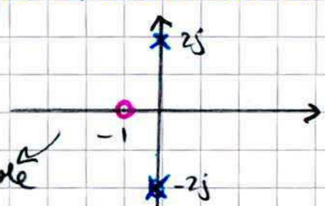
a) De acuerdo a la constelación de polos y ceros, indique si el sist. es estable

$$G(s) = \frac{2\cancel{(s-6)}(s+1)}{\cancel{(s-6)}(s^2+4)} = \frac{2s+2}{s^2+4}$$

ceros: $-1;\infty$

polos: $\pm 2j$

marginalmente estable



b) ¿Cuál será la respuesta del sistema al escalón unitario $E(t)$? $\rightarrow X(s) = \dfrac{1}{s}$

$$Y(s) = G(s)\,X(s) = \frac{2s+2}{(s^2+4)}\cdot\frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+4}$$

$$\rightarrow A(s^2+4)+Bs^2+Cs = 2s+2 \rightarrow \begin{cases} A+B = 0 \\ C = 2 \\ 4A = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A = 1/2 \\ B = -1/2 \\ C = 2 \end{matrix}$$

$$Y(s) = \frac{1/2}{s} + \frac{-1/2\, s}{s^2+4} + \frac{2}{s^2+4} \rightarrow \boxed{y(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2t) + \operatorname{sen}(2t)} ✓$$

clase 20/9/18

(13) Sea $y(t) = 5 - 5e^{-2t}\cos(3t)$ la salida o respuesta de un sistema a una entrada escalón $E(t)$

a) Indique la función transferencia $G(s)$ correspondiente.

$$Y(s) = G(s) \cdot E(s) \rightarrow G(s) = \frac{Y(s)}{E(s)}$$

$$y(t) = 5 - 5e^{-2t} \rightarrow Y(s) = \frac{5}{s} - \frac{5.(s+2)}{(s+2)^2+9} \; ; \quad E(s) = \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1}{E(s)} = s$$

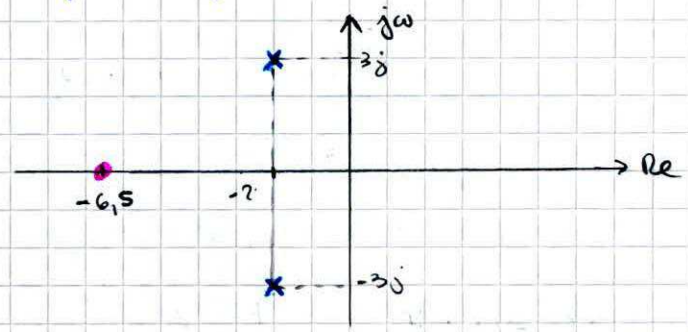
$$G(s) = 5 - \frac{5s(s+2)}{(s+2)^2+9} = \frac{5(s^2+4s+13) - 5s^2 - 10s}{(s+2)^2+9} = \frac{\cancel{5s^2} + 20s + 65 - \cancel{5s^2} - 10s}{(s+2)^2+9} =$$

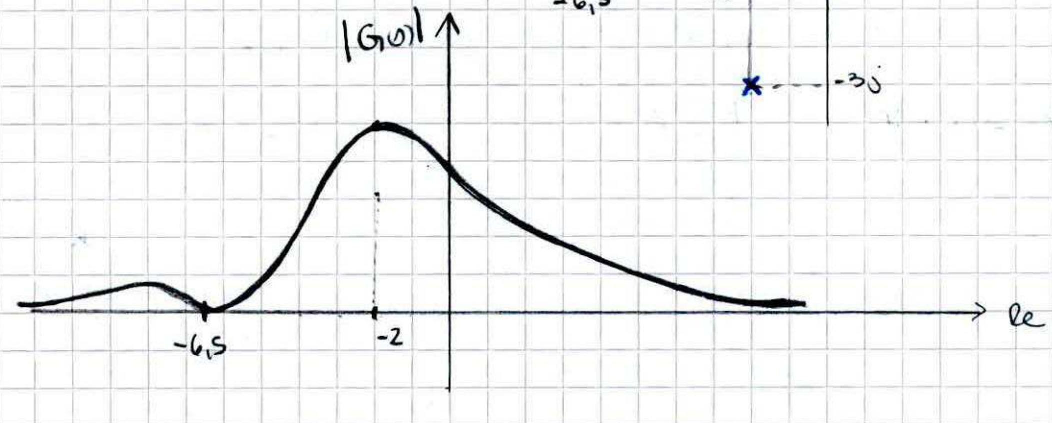
$$= \boxed{\frac{10s+65}{(s+2)^2+9} = G(s)}$$

b) Haga el diagrama o constelación de polos y ceros y grafique, aproximadamente el corte de $|G(s)|$ por el eje real

Ceros: -6.5 ; ∞

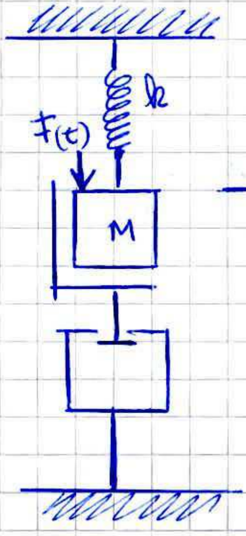
Polos: $-2+3j$; $-2-3j$





PARTE 3: Problemas aplicados

(14) Sea el sistema mecánico de la figura, que parte del reposo:



Donde:

k es la constante elástica del resorte [N/m]

M es la masa [kg]

B es el factor de amortiguación [N s/m]

F es una fuerza externa aplicada al sist [N]

δ(t) es la fuerza impulso unitario

y(t) es el desplazamiento [m]

$\downarrow + \quad F + P - K = m.a = M\, y''(t)$

Hallar:

a) La ecuación diferencial correspondiente a la respuesta y(t) del sistema

$F = m.a = M.y''(t)$; $f(t) = k\, y(t) + B\, \underbrace{y'(t)}_{\text{veloc.}} + M\, \underbrace{y''(t)}_{\text{acel.}}$; $y(0)=0 \wedge y'(0)=0$

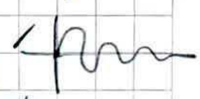
b) la función de transferencia G(s) del sistema

$$\boxed{Y(s) = \frac{1}{M s^2 + B s + K} \cdot F(s)}$$

c) La respuesta del sistema (expresión de y(t)) siendo $M=1, B=2, K=10$ y $f(t)=\delta(t)$

$$Y(s) = \frac{1}{s^2+2s+10} \cdot 1 = \frac{1}{((s+1)^2+9)} \cdot \frac{3}{3} \rightarrow \boxed{y(t) = \frac{1}{3}\, \operatorname{sen}(3t)\, e^{-t}}$$

oscilatoria amortiguada

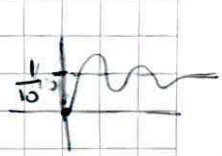


d) La resp del sist. siendo: $M=1$; $B=2$, $K=10$, $f(t) = E(t)$

$\rightarrow F(s) = \frac{1}{s}$

$$Y(s) = \frac{1}{s^2+2s+10} \cdot \frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+2s+10}$$

$$\rightarrow A(s^2+2s+10) + Bs^2 + Cs = 1 \rightarrow \begin{cases} A+B = 0 & B = -1/10 \\ 2A+C = 0 & C = -1/5 \\ 10A = 1 \rightarrow & A = 1/10 \end{cases}$$



$$Y(s) = \frac{1/10}{s} - \frac{\overbrace{1/10\, s + 1/10 + 1/10}^{1/5}}{(s+1)^2+9} =$$

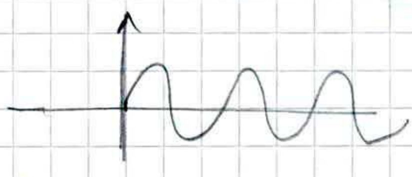
$$= \frac{1/10}{s} - \frac{1/10\,(s+1)}{(s+1)^2+9} + \frac{1/10}{(s+1)^2+9}$$

$$\boxed{y(t) = \frac{1}{10} - \frac{1}{10}\cos(3t)\, e^{-t} + \frac{1}{30}\, \operatorname{sen}(3t)\, e^{-t}}$$

Sol

e) La respuesta del sist. siendo $M=1$, $B=0$, $K=9$ y $f(t)=\delta(t)$

$$Y(s) = G(s)\cdot 1 \rightarrow Y(s) = \frac{1}{s^2+9} \longrightarrow \boxed{y(t) = \frac{1}{3}\,\text{sen}(3t)}$$

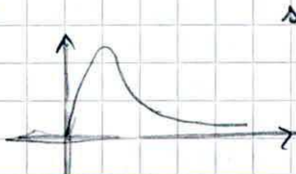


oscilatorio pura

f) La resp. del sist si: $M=1$; $B=5$; $K=6$, $f(t)=\delta(t)$

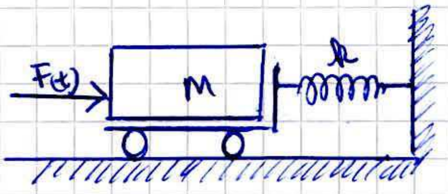
$$Y(s) = G(s)\cdot 1 = \frac{1}{s^2+5s+6} = \frac{1}{(s+2)(s+3)} = \frac{A}{(s+2)} + \frac{B}{s+3} = \frac{A(s+3)+B(s+2)}{(s+2)(s+3)}$$

$$\begin{cases} A+B=0 \\ 3A+2B=1 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A=1 \\ B=-1 \end{matrix} \qquad Y(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s+3} \rightarrow \boxed{y(t) = e^{-2t} - e^{-3t}}$$



amortiguada exponencial

(15) Sea el sistema mecánico de la figura, que parte del reposo:



$F(t) = 1(t)$

Hallar:

a) La ec. diferencial correspondiente al mov. $x(t)$ del sistema

$$f(t) = M\,x''(t) + K\,x(t)$$
$$x(0)=0 \ \wedge \ x'(0)=0$$

b) La función de transf. del sist.

$$G(s) = \frac{1}{Ms^2+K}$$

c) La expresión de $x(t)$ considerando: $M=1 \wedge K=9$

$$G(s) = \frac{1}{s^2+9}, \qquad F(t)=1 \rightarrow F(s) = \frac{1}{s}$$

$$X(s) = \frac{1}{s^2+9}\cdot\frac{1}{s} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{s^2+9} \rightarrow A(s^2+9) + Bs^2 + Cs = 1 \rightarrow \begin{matrix} A = 1/9 \\ B = -1/9 \\ C = 0 \end{matrix}$$

$$X(s) = \frac{1/9}{s} - \frac{1/9\,s}{s^2+9} \longrightarrow \boxed{x(t) = \frac{1}{9} - \frac{1}{9}\cos(3t)}\ \checkmark$$

PARTE 4 Ejercicio integrador

(20) Dadas las transferencias: $G_1(s) = \frac{6}{s^2+9}$; $G_2(s) = \frac{2}{s^2+6s+10}$, $G_3(s) = \frac{6s+20}{s^3+6s^2+10s}$

a) Indique cuál de ellos corresponde a un sistema cuya respuesta a la entrada impulso $f(t) = \delta(t)$ es oscilatoria amortiguada con valor estable 2. Justifique correctamente

oscilatoria amortiguada → senos y/o cosenos
valor estable 2 → una constante.

Como la entrada es impulso → $Y(s) = G(s)\,\overset{1}{F(s)} \Rightarrow Y(s) = G(s)$

- $y_1(t) = 2\,\text{sen}(3t)$ → no tiene constante indep. → no es G_1
- $Y_2(s) = \frac{2}{(s+3)^2+1} \longrightarrow y_2(t) = 2\,\text{sen}(t)\,e^{-3t}$ → en $t\to\infty$, $y_{2(t)} \to 0$
- $Y_3(s) = \frac{6s+20}{s(s^2+6s+10)} = \frac{A(s^2+6s+10)+Bs^2+Cs}{s(s^2+6s+10)} \rightarrow \begin{cases} A+B=0 \rightarrow B=-2 \\ 6A+C=6 \rightarrow C=-6 \\ 10A=20 \rightarrow A=2 \end{cases}$

$Y(s) = \frac{2}{s} + \frac{-2s-6}{(s+3)^2+1} = \frac{2}{s} - 2\cdot\frac{s+3}{(s+3)^2+1} \rightarrow \boxed{y(t) = 2 - 2\cos(t)\,e^{-3t}}$

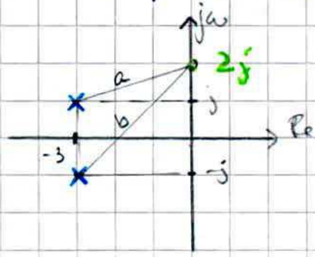
es amortiguada exponencial

$\boxed{\text{es } G_3}$ ✓

b) Considere $G(s) = k \cdot G_2(s)$. Halle el valor de $k \in \mathbb{R}^+$ tal que $|G(2j)| = \sqrt{5}$

$G(s) = k\,\frac{2}{s^2+6s+10} = k\,\frac{2}{(s+3)^2+1}$

ceros: ∅
polos: $-3 \pm j$



$|G(2j)| = \frac{2k}{a \cdot b} = \frac{2k}{\sqrt{10}\cdot 3\sqrt{2}} = \sqrt{5} \rightarrow k = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}}{2} = 15$

$\boxed{k = 15}$ ✓

EJERCICIOS PARA MARCAR LA RESPUESTA CORRECTA, tomados en finales

(21) Marcar la única correcta de cada ítem:

(1) La figura puede corresponder a:

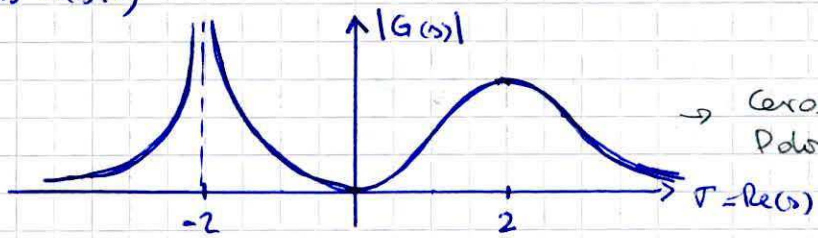
clase

a) $G(s) = \dfrac{6}{s^2+4s+5} = \dfrac{6}{(s+2)^2+1}$ → no tiene ceros → no puede ser

b) $G(s) = \dfrac{s}{s+2}$ → ceros: $0; \infty$
polo: -2 → faltan 2 polos → no es

c) $G(s) = \dfrac{5s}{s^2-4}$ → ceros: $0; \infty$
polos: ± 2 → no es

d) $G(s) = \dfrac{3s}{(s+2)(s^2-4s+5)}$ → ceros: $0; \infty$; polos: -2; $2 \pm j$ ✓



→ Ceros: $0, \infty$
Polos: -2; $2 \pm j\omega$

(2) Si la respuesta de un sistema a la entrada $E(t) = 1$ es oscilatoria (no amortiguada) con valor medio 2, entonces la transferencia puede ser:

clase

a) $G(s) = \dfrac{2s^2+3s+18}{s^2+9}$ → $\lim\limits_{s\to\infty} G(s) = \lim\limits_{s\to\infty} \dfrac{2s^2+3s+18}{s^2+9} = 2$ ✓ es la única con valor inicial 2

b) $G(s) = \dfrac{2}{s^3+9s}$ → $\lim\limits_{s\to\infty} \dfrac{2}{\underbrace{s^3}_{\to\infty}+\underbrace{9s}_{\to\infty}} = 0$

c) $G(s) = \dfrac{6s}{s^2+9}$ → $\lim\limits_{s\to\infty} \dfrac{6s}{s^2+9} = \lim\limits_{s\to\infty} \dfrac{\cancel{s}(6)}{\cancel{s}(\underbrace{s}_{\to\infty}+\underbrace{9/s}_{\to 0})} = 0$

d) $G(s) = \dfrac{2}{s^2+9}$ → $\lim\limits_{s\to\infty} \dfrac{2}{s^2+9} = 0$

Me fijo los valores medios posibles de cada uno. Para eso, tengo en cuenta el teorema del valor inicial:

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} s\,F(s) = \lim_{s\to\infty} G(s)$$

$$G(s) = s\,F(s)$$

$$F(s) = G(s)\,E(s) = G(s)\cdot\frac{1}{s}$$

Mat Superior
Func. transf.

(3) Sea $G(s)=\dfrac{s^2-4s}{s^3-4s^2+9s-36}$ entonces la respuesta del sistema a un escalón es:

a) oscilatoria amortiguada

✓ b) oscilatoria de amplitud constante

c) Sobre amortiguada (exponencial decreciente)

d) Ninguna es correcta

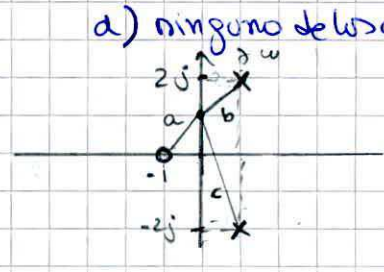
$$G(s)=\frac{s^2-4s}{s^3-4s^2+9s-36}=\frac{s\cancel{(s-4)}}{\cancel{(s-4)}(s^2+9)}=\frac{s}{s^2+9}\ ;\ Y(s)=G(s).E(s)=G(s).\frac{1}{s}$$

$$Y(s)=\frac{1}{s^2+9}\rightarrow\boxed{y(t)=\frac{1}{3}\operatorname{sen}(3t)}$$

(4) Dada $G(s)=\dfrac{k(s^2-s-2)}{s^3-4s^2+9s-10}$ la transferencia de un sistema, el valor $k\in\mathbb{R}^+$ tal que $|G(j)|=\sqrt{10}$ es:

✓ a) $k=1$ b) $k=\sqrt{10}$ c) $k=10$ d) ninguno de los ant.

$$G(s)=\frac{k\cancel{(s-2)}(s+1)}{\cancel{(s-2)}\left[(s-1)^2+4\right]}\rightarrow\begin{cases}\text{ceros}: -1\ ;\ \infty\\ \text{Polos}: 1\pm 2j\end{cases}$$



$$|G(j)|=\frac{k\,a}{b.c}=\frac{k\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,\sqrt{10}}=\frac{k}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}\rightarrow\boxed{k=10}$$

(5) El sistema cuya transferencia es $G(s)=\dfrac{s^2-4s-5}{s^3-3s^2-25s+75}$ es:

a) marginalmente estable (de amplitud constante)

✓ b) Inestable

c) estable amortiguado

d) ninguna de los anteriores

$$G(s)=\frac{s^2-4s-5}{s^3-3s^2-25s+75}=\frac{\cancel{(s-5)}(s+1)}{(s+5)\cancel{(s-5)}(s-3)}=\frac{s+1}{(s+5)(s-3)}\rightarrow\begin{matrix}\text{ceros}: -1\ ;\ \infty\\ \text{polos}: -5,\ 3\end{matrix}$$

tiene un polo $>0\rightarrow$ es inestable dose

⑥ Si la respuesta de un sistema a la entrada $E(t)=1$ es oscilatoria pura con valor medio no nulo, entonces la transferencia puede ser:

a) $G(s)=\dfrac{s}{s^2+6s+13} \rightarrow Y(s)=\dfrac{1}{s^2+6s+13}=\dfrac{1}{(s+3)^2+4}$ no tiene raíz imag pura

b) $G(s)=\dfrac{1}{s^2+4s+5} \rightarrow Y(s)=\dfrac{1}{s\{(s+2)^2+1\}}$ → no tiene raíz imag. pura

c) $G(s)=\dfrac{s}{s^2+9} \Rightarrow Y(s)=\dfrac{1}{s^2+9} \rightarrow y(t)=\dfrac{1}{3}\operatorname{sen}(3t) \rightarrow$ valor medio $=0$

d) $G(s)=\dfrac{3}{s^2+4} \rightarrow Y(s)=\dfrac{3}{s(s^2+4)}=\dfrac{A}{s}^{=3/4\neq 0}+\dfrac{Bs+C}{s^2+4}$ → raíz imag. pura

Oscilatoria pura → factor de amortiguamiento $=0$ → raíces: $\pm\omega j$ im. puras

$Y(s)=G(s)\,E(s)=\dfrac{G(s)}{s}$

⑦ Dada la transferencia $G(s)=\dfrac{s^2-7s+10}{s^3-4s^2-5s}$ entonces la respuesta al impulso es:

a) inestable b) oscilatoria amortiguada c) osc. pura d) ninguna de las ant.

$F(s)=G(s)\,I(s) \rightarrow F(s)=G(s)=\dfrac{\cancel{(s-5)}(s-2)}{\cancel{(s-5)}(s+1)\,s}=\dfrac{s-2}{s(s+1)}$ → ceros: $+2;\infty$ polos: $0;-1$ $\boxed{\text{marginalmente estable}}$ no es a)

$F(s)=\dfrac{A}{s}+\dfrac{B}{s+1} \rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ A=-2 \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} A=-2 \\ B=3 \end{matrix}$ $F(s)=\dfrac{-2}{s}+\dfrac{3}{s+1} \rightarrow \boxed{f(t)=-2+3e^{-t}}$

no es oscilatoria

dose

⑧ La respuesta del sistema cuya transferencia es $G(s)=\dfrac{s+1}{s^2+Ks+5}$ a la entrada impulso $\delta(t)$ tiene factor de amortiguamiento $\alpha=2$, entonces:

a) $K=0$ b) $K=2$ c) $K=4$ d) no existe K

Si $\alpha=2 \rightarrow$ raíz $=(s+2)^2+\omega^2=s^2+4s+4+\underset{1}{\omega^2}$

⑨ Sabiendo que uno de los polos de la transferencia $G(s)=\dfrac{s+1}{s^3+ks^2+13s}$ es $p_1=-3+2j$ entonces el valor de k es:

a) $k=0$ b) $k=3$ c) $k=6$ d) ning. de las ant.

polo $=-3+2j \rightarrow$ denom $=s[(s+3)^2+4]=s[s^2+6s+13] \rightarrow k=6$

Mat. Sup.
Func. transf.

clase (10) Dada la transferencia de un sistema $G(s) = \dfrac{s^2 - 5s + k}{s^4 - s^3 - 11s^2 - s - 12}$ el valor de $k \in \mathbb{R}$ para que el sist. sea estable es:

✓ (a) $k = 4$ b) $k = 8$ c) $k = 0$ d) ninguna de los anteriores

$G(s) = \dfrac{s^2 - 5s + k}{(s-4)(s+3)(s^2+1)}$ lo dio la profe — para que sea estable $\Rightarrow$ 4 tiene que ser raíz del denominador $\Rightarrow 4^2 - 5 \cdot 4 + k = 0 \Rightarrow k = 4$

(11) Si $G(s) = \dfrac{s^2 + s - 20}{s^3 + ks^2 - 3s - 52}$ es la transf. de un sist. ESTABLE, entonces el valor de $k \in \mathbb{R}$ es:

a) $k = -2$ $\rightarrow$ raíces: $\boxed{4{,}83}$; $-1{,}42 \pm 2{,}9j$

✓ (b) $k = 0$ $\rightarrow$ raíces: 4; $-2 \pm 3j$

c) $k = 2$ $\rightarrow$ raíces: $3{,}39$ ... 70 ± 4

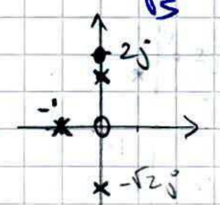
d) ninguno de los anteriores

$G(s) = \dfrac{(s-4)(s+5)}{s^3 + ks^2 - 3s - 52}$ $\rightarrow$ ceros $\boxed{4}$; -5; ∞ $\rightarrow$ para que sea estable p_1, p_2 y p_3, $\mathrm{Re} < 0$ o 4

✓ (12) Dada la transferencia $G(s) = \dfrac{s}{(s+1)(s^2+2)}$ el valor de $|G(2j)|$ es:

a) $\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$ (b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ d) ninguna de los ant.

ceros: 0; ∞
polos: -1; $\pm\sqrt{2}\,j$



$|G(2j)| = \dfrac{2}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

(13) La respuesta del sistema cuya transferencia es $G(s) = \dfrac{2s+1}{s^2 - 4s + 3}$ a una entrada $f(t) = t$ es:

✓ (a) $y(t) = \dfrac{10}{9} + \dfrac{t}{3} + \dfrac{7}{18}e^{3t} - \dfrac{3}{2}e^{t}$ ~~b)~~ $y(t) = \dfrac{10}{9} + \dfrac{t}{3} + \dfrac{7}{18}\cos(3t)$ NO

~~c)~~ $y(t) = \dfrac{10}{9}t + \dfrac{1}{3}t^2 + \dfrac{7}{18}e^{3t} - \dfrac{3}{2}e^{t}$ NO d) ninguna de los anteriores

$Y(s) = G(s)F(s) = \dfrac{(2s+1)}{(s-3)(s-1)} \cdot \dfrac{1}{s^2} = \dfrac{A}{s} + \dfrac{B}{s^2} + \dfrac{C}{s-3} + \dfrac{D}{s-1} = \dfrac{10/9}{s} + \dfrac{1/3}{s^2} + \dfrac{7/18}{s-3} - \dfrac{3/2}{s-1} = Y(s)$

$B = 1/3$, $C = 7/18$, $D = -3/2$

s^3: $A + C + D = 0 \rightarrow A = -C - D = \dfrac{10}{9}$

$$\boxed{y(t) = \dfrac{10}{9} + \dfrac{t}{3} + \dfrac{7}{18}e^{3t} - \dfrac{3}{2}e^{t}}$$

Syluma